

# Dynamique en référentiel terrestre non galiléen

## Formules mathématiques

### Produit scalaire

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \|\vec{a}\| \cdot \|\vec{b}\| \cos(\vec{a}, \vec{b})$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \iff \vec{a} \perp \vec{b}$$

Coordonnées cartésiennes :

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{pmatrix} = a_x \times b_x + a_y \times b_y + a_z \times b_z$$

### Produit vectoriel

$$\vec{a} \wedge \vec{b} = \|\vec{a}\| \cdot \|\vec{b}\| \sin(\vec{a}, \vec{b}) \vec{u} \quad \text{avec} \quad \vec{u} \perp \vec{a} \quad \vec{u} \perp \vec{b} \quad \|\vec{u}\| = 1$$

$$\vec{a} \wedge \vec{b} = \vec{0} \iff \vec{a} \parallel \vec{b}$$

Coordonnées cartésiennes :

$$\vec{a} \wedge \vec{b} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_y \times b_z - a_z \times b_y \\ a_z \times b_x - a_x \times b_z \\ a_x \times b_y - b_z \times a_x \end{pmatrix}$$

### Produit mixte

$$\vec{a} \cdot (\vec{b} \wedge \vec{c}) = \vec{b} \cdot (\vec{c} \wedge \vec{a}) = \vec{c} \cdot (\vec{a} \wedge \vec{b})$$

## Grandeurs et constantes physiques

Constante de gravitation universelle :  $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$  SI

Masse de la Terre :  $M_T = 6,0 \times 10^{24}$  kg

Rayon de la Terre :  $R_T = 6,4 \times 10^6$  m

Vitesse angulaire de rotation propre de la Terre :  $\Omega_T = 7,3 \times 10^{-5}$  rad  $\cdot$  s $^{-1}$

Masse de la Lune :  $M_L = 7,3 \times 10^{22}$  kg

Masse du Soleil :  $M_S = 2,0 \times 10^{30}$  kg

Distance Terre-Lune :  $TL = 3,8 \times 10^8$  m

Distance Terre-Soleil :  $TS = 1,5 \times 10^{11}$  m

Latitude à Paris :  $\lambda \approx 48^\circ$

## Formules physiques

### Le poids et le champ de pesanteur

$$\vec{T} + \vec{P} = \vec{0} \quad \Longleftrightarrow \quad \vec{P} = -\vec{T}$$

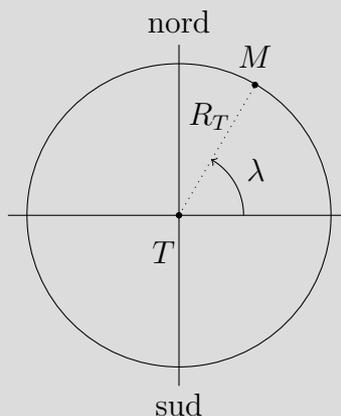
$$\vec{P} = m \vec{G}_T(M) - m \vec{\Omega}_T \wedge (\vec{\Omega}_T \wedge \overline{TM})$$

$$\vec{g}(M) = \frac{\vec{P}}{m} = \vec{G}_T(M) - \vec{\Omega}_T \wedge (\vec{\Omega}_T \wedge \overline{TM})$$

### Origines du champ de pesanteur

$$\vec{g}(M) = \underbrace{\vec{G}_T(M)}_{\text{terme de gravitation}} - \underbrace{\vec{\Omega}_T \wedge (\vec{\Omega}_T \wedge \overline{TM})}_{\text{terme d'entraînement}}$$

### Expression du terme d'entraînement



$$\vec{a}_{ic}(M) = -\vec{\Omega}_T \wedge (\vec{\Omega}_T \wedge \vec{TM}) = \begin{cases} -\Omega_T^2 \vec{HM} \\ -\Omega_T^2 R_T \begin{pmatrix} \cos^2 \lambda \\ 2 \sin \lambda \cos \lambda \\ 0 \end{pmatrix} & \text{sphériques} \\ -\Omega_T^2 R_T \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} & \text{cylindriques} \end{cases}$$

## Ordres de grandeur

$$\frac{\text{terme d'entraînement}}{\text{terme de gravitation}} = \frac{\| -m \vec{\Omega}_T \wedge (\vec{\Omega}_T \wedge \vec{TM}) \|}{\| m \vec{G}_T(M) \|} = \frac{\Omega_T^2 R_T^3}{GM_T} \approx 3,5 \times 10^{-3} \sim 10^{-3}$$

## Lieux d'apesateur

$$TM = R_T \left( \frac{\Omega_T^2 R_T^3}{GM_T} \right)^{-1} \approx 42\,000 \text{ km}$$

## Mécanique en référentiel terrestre non galiléen

### PFD

$$m \vec{a} = \vec{F} + \vec{P} + \vec{f}_{ic}(M)$$

Attention : la force d'inertie d'entraînement  $\vec{f}_{ic}(M)$  et les forces gravitationnelles exercées par tous les astres (notamment : Terre, Soleil et Lune) sont inclus dans le poids  $\vec{P}$ .

### Force de Coriolis

La force d'inertie de Coriolis est définie par :

$$\vec{f}_{ic}(M) = -2m \vec{\Omega}_T \wedge \vec{v}_{/RT}(M)$$

**Dans l'hémisphère NORD, déviation de la CHUTE vers l'EST et le NORD.**